

相似标准型基础训练参考答案

1. $\text{diag}(1, \lambda, \lambda^2 + \lambda)$.
2. $(\lambda - 2)^3; (\lambda - 2)^2; 1, \lambda - 2, (\lambda - 2)^3; 1, \lambda - 2, (\lambda - 2)^2; \lambda - 2, (\lambda - 2)^3;$
3.
$$\begin{pmatrix} 2 & & & & \\ & 2 & 1 & & \\ & & 2 & & \\ & & & -2 & \\ & & & & -2 \\ & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$
4.
$$\begin{pmatrix} a_1 & 1 & & & \\ & a_1 & \ddots & & \\ & & \ddots & 1 & \\ & & & a_1 & \end{pmatrix}$$
5. $\text{diag}(1, \dots, 1, \lambda - 1, \lambda(\lambda + 1)(\lambda - 1)^2, \lambda^2(\lambda + 1)(\lambda - 1)^2, \lambda^2(\lambda + 1)^2(\lambda - 1)^3),$

其中有 13 个 1.

6. 有理数域 $\lambda, \lambda^2, \lambda^2, \lambda - 1, (\lambda - 1)^3, \lambda^2 + 1$
 实数域 $\lambda, \lambda^2, \lambda^2, \lambda - 1, (\lambda - 1)^3, \lambda^2 + 1$
 复数域 $\lambda, \lambda^2, \lambda^2, \lambda - 1, (\lambda - 1)^3, \lambda + i, \lambda - i$
7. 相似
8. 正确; 不正确
9. 正确; 不正确
10. $b = 0$ 时 $1, 1, (\lambda + a)^2, (\lambda + a)^4; 1, 1, (\lambda + a)^2, (\lambda + a)^2$
 $b \neq 0$ 时 $1, 1, 1, (\lambda + a + bi)^2(\lambda + a - bi)^2; 1, 1, 1, (\lambda + a + bi)^2(\lambda + a - bi)^2.$
11. 有理数域: $(\lambda - 2), (\lambda^2 + 1); \text{diag}(1, 1, (\lambda - 2)(\lambda^2 + 1));$
 实数域: $\lambda - 2, (\lambda^2 + 1); \text{diag}(1, 1, (\lambda - 2)(\lambda^2 + 1));$
 复数域: $\lambda - 2, \lambda + i, \lambda - i; \text{diag}(1, 1, (\lambda - 2)(\lambda^2 + 1)).$

$$12. \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}.$$

13. $\text{diag}(0, 0, 0), \text{diag}(0, 0, 1), \text{diag}(0, 1, 1), \text{diag}(1, 1, 1).$

14. $\text{diag}(1, 1, 1), \text{diag}(1, 1, -1), \text{diag}(1, -1, -1), \text{diag}(-1, -1, -1).$

15. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 2 & 16 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -7 & -1 \end{pmatrix}$

17. 由 A 的极小多项式的不可约因式与 A 的特征多项式的不可约因式相同, $m_A(\lambda)|f_A(\lambda)$ 以及 A 是 n 阶矩阵可得结论.

18. $\begin{pmatrix} a & & & \\ & 0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } a \neq 0; \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix}.$

19. $m(\lambda) = \lambda^3 - 16\lambda^2 - 20\lambda$

20. $\text{diag}(2, -2, 3, -3).$

21. λ^k

22. 是

23. 是

24. 相似

25. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & & \\ & 1 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$

本参考答案由陈健敏提供