

判断题、选择题、填空题练习（矩阵部分）

一、判断题(判断下述命题是否正确, 如果正确, 证明之; 如果不正确, 举出反例.)

1. 对于任意 n 阶矩阵 A, B , 有 $|A + B| = |A| + |B|$.
2. 如果 $A^2 = 0$, 则 $A = 0$.
3. 如果 $A + A^2 = E$, 则 A 为可逆矩阵.
4. 设 A, B 都是 n 阶非零矩阵, 且 $AB = 0$, 则 A, B 的秩一个等于 n , 一个小于 n .

二、选择题

1. 设 A 是 n 阶对称矩阵, B 是 n 阶反对称矩阵 ($B^T = -B$), 则下列矩阵中为反对称矩阵的是 ().
(A) $AB - BA$ (B) $AB + BA$ (C) $(AB)^2$ (D) BAB
2. 设 A 是任意一个 n 阶矩阵, 那么 () 是对称矩阵.
(A) $A^T A$ (B) $A - A^T$ (C) A^2 (D) $A^T - A$
3. 以下结论不正确的是 ().
(A) 如果 A 是上三角矩阵, 则 A^2 也是上三角矩阵;
(B) 如果 A 是对称矩阵, 则 A^2 也是对称矩阵;
(C) 如果 A 是反对称矩阵, 则 A^2 也是反对称矩阵;
(D) 如果 A 是对角阵, 则 A^2 也是对角阵.
4. A 是 $m \times k$ 矩阵, B 是 $k \times t$ 矩阵, 若 B 的第 j 列元素全为零, 则下列结论正确的是 ().
(A) AB 的第 j 列元素全等于零; (B) AB 的第 j 行元素全等于零;
(C) BA 的第 j 列元素全等于零; (D) BA 的第 j 行元素全等于零;
5. 设 A, B 为 n 阶方阵, E 为 n 阶单位阵, 则以下命题中正确的是 ().
(A) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (B) $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
(C) $(AB)^2 = A^2 B^2$ (D) $A^2 - E^2 = (A + E)(A - E)$
6. 下列命题正确的是 ().
(A) 若 $AB = AC$, 则 $B = C$
(B) 若 $AB = AC$, 且 $|A| \neq 0$, 则 $B = C$
(C) 若 $AB = AC$, 且 $A \neq 0$, 则 $B = C$

- (D) 若 $AB = AC$, 且 $B \neq 0, C \neq 0$, 则 $B = C$
7. A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, 则 ().
- (A) 当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|AB| \neq 0$;
- (B) 当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|AB| = 0$;
- (C) 当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|AB| \neq 0$;
- (D) 当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|AB| = 0$;
8. 以下结论正确的是 ().
- (A) 如果矩阵 A 的行列式 $|A| = 0$, 则 $A = 0$;
- (B) 如果矩阵 A 满足 $A^2 = 0$, 则 $A = 0$;
- (C) n 阶数量阵与任何一个 n 阶矩阵都是可交换的;
- (D) 对任意方阵 A, B , 有 $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$.
9. 如果矩阵 A, B 满足 $|A| = |B|$, 则 ().
- (A) $A = B$ (B) $A^T = B$
- (C) $A \neq B$ (D) $A = B$ 可能成立也可能不成立
10. 设 A 是 n 阶矩阵, A 适合下列条件 () 时, $I_n - A$ 必是可逆矩阵.
- (A) $A^n = 0$ (B) A 是可逆矩阵
- (C) $|A| = 0$ (D) A 主对角线上的元素全为零
11. n 阶矩阵 A 是可逆矩阵的充分必要条件是 ().
- (A) $|A| = 1$ (B) $|A| = 0$ (C) $A = A^T$ (D) $|A| \neq 0$
12. A, B, C 均是 n 阶矩阵, 下列命题正确的是 ().
- (A) 若 A 是可逆矩阵, 则从 $AB = AC$ 可推出 $BA = CA$;
- (B) 若 A 是可逆矩阵, 则必有 $AB = BA$;
- (C) 若 $A \neq 0$, 则从 $AB = AC$ 可推出 $B = C$;
- (D) 若 $B \neq C$, 则必有 $AB \neq AC$.
13. A, B, C 均是 n 阶矩阵, E 为 n 阶单位矩阵, 若 $ABC = E$, 则有 ().
- (A) $ACB = E$ (B) $BAC = E$ (C) $BCA = E$ (D) $CBA = E$
14. A 是 n 阶方阵, A^* 是其伴随阵, 则下列结论错误的是 ().
- (A) 若 A 是可逆矩阵, 则 A^* 也是可逆矩阵;
- (B) 若 A 是不可逆矩阵, 则 A^* 也是不可逆矩阵;
- (C) 若 $|A^*| \neq 0$, 则 A 是可逆矩阵;

(D) $|AA^*| = |A|$.

15. 设 A 是 5 阶方阵, 且 $|A| \neq 0$, 则 $|A^*| = (\quad)$.

(A) $|A|$ (B) $|A|^2$ (C) $|A|^3$ (D) $|A|^4$

16. 设 A^* 是 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 的伴随阵, 则 A^*A 中位于 (i, j) 的元素为 (\quad) .

(A) $\sum_{k=1}^n a_{jk} A_{ki}$ (B) $\sum_{k=1}^n a_{kj} A_{ki}$

(C) $\sum_{k=1}^n a_{jk} A_{ik}$ (D) $\sum_{k=1}^n a_{ki} A_{kj}$

17. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$, 其中 A_{ij} 是 a_{ij} 的代

数余子式, 则 (\quad) .

(A) A 是 B 的伴随 (B) B 是 A 的伴随

(C) B 是 A' 的伴随 (D) 以上结论都不对

18. 设 A, B 为方阵, 分块对角阵 $C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, 则 $C^* = (\quad)$.

(A) $C = \begin{pmatrix} A^* & 0 \\ 0 & B^* \end{pmatrix}$ (B) $C = \begin{pmatrix} |A|A^* & 0 \\ 0 & |B|B^* \end{pmatrix}$

(C) $C = \begin{pmatrix} |B|A^* & 0 \\ 0 & |A|B^* \end{pmatrix}$ (D) $C = \begin{pmatrix} |A||B|A^* & 0 \\ 0 & |A||B|B^* \end{pmatrix}$

19. 已知 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, 下列运算可行的是 (\quad) .

(A) $A + B$ (B) $A - B$ (C) AB (D) $AB - BA$

20. 设 A, B 是两个 $m \times n$ 矩阵, C 是 n 阶矩阵, 那么 (\quad) .

(A) $C(A + B) = CA + CB$ (B) $(A^T + B^T)C = A^T C + B^T C$

(C) $C^T(A + B) = C^T A + C^T B$ (D) $(A + B)C = AC + BC$

21. 对任意一个 n 阶矩阵 A , 若 n 阶矩阵 B 能满足 $AB = BA$, 那么 B 是一个 (\quad) .

(A) 对称阵 (B) 对角阵 (C) 单位阵 (D) A 的逆矩阵

22. 设 A 是一个上三角阵, 且 $|A| = 0$, 那么 A 的对角线上的元素 (\quad) .

(A) 全为零 (B) 只有一个为零

(C) 至少有一个为零 (D) 可能有零, 也可能没有零

23. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = (\quad)$.

$$(A) \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad (B) \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$(C) \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad (D) \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

24. 若 A 可逆, 则 $AX = B + I$ 的解是 $X = (\quad)$.

(A) 不存在 (B) $BA^{-1} + A^{-1}$ (C) $A^{-1}B + A^{-1}$ (D) $A^{-1}B + I$

25. 设 A, B 均为 n 阶非零方阵, 满足 $AB = 0$, 则 A, B 必有 ().

(A) $r(A) = 0$ 或 $r(B) = 0$ (B) $r(A) = n$ 或 $r(B) = n$

(C) $r(A) < n$ 或 $r(B) < n$ (D) $r(A) = n$ 或 $r(B) = 0$

26. 设 A 是 n 阶矩阵, 那么 (), 其中 k 为常数.

(A) $(A^3)^T = (A^T)^3$ (B) $(kA)^T = \frac{1}{k}A^T$

(C) $|(kA)^T| = k|A|$ (D) $|(kA)^T| = \frac{k}{|A|}$

27. 设 $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, 若 $AP = \begin{pmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{pmatrix}$, 则 $P = (\quad)$.

$$(A) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (B) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(C) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (D) B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

28. 设 $n(n \geq 3)$ 阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ a & a & 1 & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & 1 \end{pmatrix}$, 若矩阵 A 的秩为 1,

则 a 必为 ().

(A) 1 (B) -1 (C) $\frac{1}{1-n}$ (D) $\frac{1}{n-1}$

三、填空题

1. 设 A 为三阶方阵, A^* 为 A 的伴随矩阵, 有 $|A| = 2$, 则 $|(\frac{1}{3}A)^{-1} - 2A^*| = (\quad)$.

2. 设 A, B 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 3$, 则 $|-(3A)^{-1}| = (\quad), |BA^2B^{-1}| = (\quad)$.

3. 设 A 是一个 $m \times n$ 矩阵, B 是一个 $n \times s$ 矩阵, 那么 $(AB)^T$ 是一个 () 阶矩阵, 它的第 i 行第 j 列元素为 ().

4. 三阶对角矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵 $A^* = (\quad)$.

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} = (\quad)$.

6. 设 $a_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$, 矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} \\ a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 (\quad) .

7. 设 A, B 都是可逆矩阵, 矩阵 $C = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 (\quad) .

8. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $|B(2A - C)| = (\quad)$.

9. A 既是对称矩阵, 又是反对称矩阵, 则 A 为 (\quad) 矩阵.

10. 设方阵 $A = \begin{pmatrix} b_1 & x_1 & c_1 \\ b_2 & x_2 & c_2 \\ b_3 & x_3 & c_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 & y_1 & c_1 \\ b_2 & y_2 & c_2 \\ b_3 & y_3 & c_3 \end{pmatrix}$, 且 $|A| = -2, |B| = 3$, 则行列式 $|A + B| = (\quad)$.

11. 设 A 为 m 阶方阵, B 为 n 阶方阵, 已知 $|A| = a, |B| = b$, 则行列式 $\begin{vmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{vmatrix} = (\quad)$.

12. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为 (\quad) .

13. 设 A 为 n 阶方阵, 且 $|A| \neq 0$, 则 A 在相抵关系下的标准形为 (\quad) .

(林鹭, 陈建敏整理编写)