

撰写《高等代数讲义》的情况汇报

黄 益 生

(三明学院数学与计算机科学系)

从上学期起,笔者有机会讲授《高等代数》课程,因而有时间撰写了《高等代数讲义》初稿。现在向老师们汇报一下,撰写这个讲义的一些情况。

2000年笔者开始上本科班的《高等代数》课,改用张禾瑞等编的《高等代数》教材。由于这部教材的容量较大,感到学时非常紧,因而心里在想,要是能够用多媒体上课,就可以节省板书的时间,从而减少学时紧张的压力。然而当时没有多媒体教室,这种想法只能成为一种愿望、一个梦想而已。

2002年系里动员我向省教育厅申报精品课程,我把上述的想法写到申报材料上,并明确表示要编写一部适合我们这类地方院校使用的《高等代数》教材。但没有申报成功。后来就作为校级的精品课程,学校还拨了5000元作为启动基金。然而由于这几年笔者没有上《高等代数》课,这项计划只好搁到今年才启动,5000元也放在那里,一分都没有动。

2003年我们的教室装上了多媒体设备。为了积累用多媒体上课的经验,从那时起,我全部采用多媒体作为辅助教学。

这部讲义从今年正月初二开始撰写,现在已经完成了第一次初稿。开始时,由于时间较紧,只好一章一章印发给学生。后来,由于有暑假这段时间缓冲一下,可以两章两章印发给学生。讲义分上、下两册,共八章(上、下册各四章),打印页为454页。我们采用的教材是北京大学数学系几何与代数教研室编的《高等代数》(第三版)。因时间紧迫,上册写得较粗糙,暂时还没有配习题。下册已编了习题,题量比较大,平均一节20题左右。上册暂时用教材中的习题,习题解答只做了其中的习题部分(选做题部分还没有做)。下册的习题已全部做了解答。

学生对这部讲义的普遍反映是详细、通俗、易懂,尚未听到学生抱怨“讲义看不懂”。但是作业不会做和抄袭作业的现象还是普遍存在。由于学生手头有了这份讲义,他们基本上不去阅读教材了。我一直跟他们说,教材也要看。回答是,教材看不懂。究其原因,一方面教材确实比较难读,另一方面教材与讲义的内容安排不完全一样。

下面介绍讲义的特点。

1. 讲义的内容大体上与北大编《高等代数》和张禾瑞等编《高等代数》

的内容一致，但删去了这两部教材中的近三分之一内容，即把其中所有打 * 号的章节全部删掉。删去的内容有：多元多项式、对称多项式、拉普拉斯定理和行列式的乘法规则（只介绍结论，不给出证明）、结式和判别式、若当标准形、最小多项式（只作简单介绍）、 λ -矩阵（整章删去）、酉空间和酉变换、双线性函数与辛空间、抽象代数简介。

2. 讲义的体系尽可能遵循历史的发展情况，并尽可能照顾到各块内容的连贯性。各章的标题如下：

第一章 一元多项式（历史最悠久）；

第二章 行列式；

第三章 线性方程组（它的理论是以行列式理论为基础的）；

第四章 矩阵（矩阵论出现在行列式理论之后）；

第五章 线性空间；

第六章 线性映射；

第七章 欧氏空间；

第八章 二次型（作为多元函数，它是二次齐次函数，不是线性函数）。

总体上，各章节的安排与张禾瑞等编的《高等代数》比较接近。一个比较大的改变是，把映射这块内容作为矩阵一章的最后一节。笔者认为，学生在中学已经学习了映射的概念。在线性代数中，我们主要讨论的映射是线性映射，而有限维线性空间的线性映射本质上是矩阵，因此把矩阵作为映射的特例进行探讨，不仅可以加强学生对映射概念的理解，而且对他们将要学习的同构映射和线性映射更有帮助。

3. 在编写这部讲义的过程中，笔者参考了多种高等代数教材，并参考了中学数学、数学史、解析几何、近世代数、数学分析、泛函分析、普通物理等学科的书籍。讲义的内容是根据我们的学生的实际情况、结合自己多年讲授《高等代数》课程以及科研实践的体会、按照自己的思维方式、用自己的语言来阐述的。通过通俗的语言，在几乎不出现那些抽象术语的情况下，讲义中渗透了抽象代数的许多观点，因而讲义中体现的观点要比上述两部教材的观点高得多（但在具体要求上却低得多）。每一章开头部分介绍了这一章的历史概况，各节不再添加小标题。上册的内容尽可能按照原始的思维方式进行表述。笔者认为，尽管用这种方式表述比较繁琐，但它比较符合人们的思维规律，因而比较能够被读者理解和接受。下册的内容尽可能利用矩阵这一工具进行表述。笔者认为，既然在上册的最后一章已经介绍了矩阵的基本理论，在下册的各章中，就应该尽可能利用这一重要工具。这样做，一方面可以强化学生熟练掌握这一工具，另一方面可以比较自然地引导学生理解那些抽象的概念，从而可以使学生比较自觉地改变思维方式。

4. 在行文方面,吸收了丘维声编《高等代数》(第一、二版)的风格。每一节开头部分都有一段或几段概述性的文字。在一般情况下,介绍下一个问题之前,也有一些承上启下的文字。对有的章节,一章或一节的最后还给出了一段总结性的文字。在重要的概念出现之前或之后,尽可能联系学生已有的知识,并给出一些有针对性的简单例子,以便加深学生对概念的理解。在许多定理出现之前,尽可能给出一些铺垫,如联系一些已有的结论或作一些必要的分析;在定理的证明之后,给出适当的例子,以便学生能够理解和应用这些定理。为了便于阅读,尽可能减少对公式进行编号,对已有的概念或结论有时还会重述一遍。总之,在行文方面,尽可能做到把话说清楚,做到便于读者阅读,而不去考虑篇幅的长短,因此有的节相当长,打印页达到 20 页左右。

5. 关于下册的习题编排,主要出于两个方面的考虑,一是夯实基础,二是为部分学生考研作准备。为此,把正文中提到的,但没有详细论述的问题,整理成习题。同时搜集和整理了较大量的题目,其中有的题目是对相关理论的补充或延伸。题目按照正文中出现的相关内容的次序进行编排,因而有不少难题排在了简单题的前面。由于所有习题都作了解答,难题就不再注上 * 号之类记号了。

以上就是笔者近一年来撰写《高等代数讲义》的概况。接下去打算做的事情有:

1. 讲义的开头部分还是要补充一章的内容,这一章的标题就定为“预备知识”。下列内容是讲义中已有的:

连加号;

整数的整除性(写得很粗糙);

数环和数域。

它们可以作为这一章的部分内容。要补的内容有:

连乘号(在连加号之后简单介绍一下记号 \prod);

集合(主要介绍一些特殊集合的记号和笛卡尔积集);

数学归纳法(在中学数学里,没有介绍过第二数学归纳法);

复数(主要介绍 n 次单位根和棣美弗公式)。

除了整数的整除性和数环、数域以外,这一章的其余内容可以略讲或不讲。

2. 在多项式一章的适当地方补上“部分分式”的内容(在数学分析中要用到部分分式)。

3. 编排上册的习题解答。

4. 补一个中-英文名词索引(以便学生写毕业论文时查阅)。

5. 对讲义和习题解答进行反复修改(尤其是习题解答,做得很粗糙,差错较多)。

下面谈谈这部讲义的使用情况。

这部讲义与国内多数同类教材的一个较大不同点是，它比较注重理论体系的完整性。再加上我们的学生基础较差，因而充实了相当多的内容。这样的讲义，倒是有点象外国人写的书。在篇幅如此长，学时又没有增加的情况下，这个课要怎么上呢？学时会不会紧张呢？其实，对我个人来说，这样的课很好上。我们的《高等代数》课于一下和二上两个学期开，两学期都是每周五学时。这个学期的课，我已经讲完了欧氏空间一章的内容，再上一次习作课，这一章就结束了。剩下的一章是二次型，只有三节内容。预计再用三周时间就可以结束这门课程。以往用其它的教材时，由于书上很多东西没有写出来，而我又认为有必要讲，这就麻烦了，需要消耗很多时间。现在，我已经把那些话写出来了，就可以简单地提一提，有时干脆不讲，让学生自己去阅读。这样，可以集中精力去讲授主要的问题。另一方面，由于利用了多媒体，板书也可以少写很多。这就赢得了时间，并取得了较好的教学效果，从而圆了我当年的那个梦想。

最后谈谈讲义的不足之处。

1. 有一些打字差错，还有一些章节的油印质量不太好。

2. 在下册中，由于编排的习题较多，习作课不太好上。

3. 这样的讲义便于学生阅读，可以拓广学生的知识面，也可以减少学生对这门课程的抱怨。然而从考试的情况来看，问题还很多（平时的作业抄袭严重，不好作评价），尤其对基础较差的学生，似乎帮助不大。看来不管用什么样的教材，下苦功去学才是第一要务。上世纪五十年代，一些学者提出：读书要从薄到厚，再从厚到薄。笔者总感到，这样的讲义实际上是替学生完成了从薄到厚的过程，因此他们可以较为轻松地阅读，也会说你的一些好话，但是这些现象的背后，可能会有一些潜在的损失，比如能力、素质之类东西。

窃以为这部讲义只适用于我们这类地方院校数学系的学生。讲义的最精彩部分应该是习题部分。对有意考研的学生，不论是重点院校的，还是非重点院校的，把这部讲义作为参考资料应该是有益的。