



# $\lambda$ -矩阵和Jordan标准型

林亚南

厦门大学数学科学学院

ynlin@xmu.edu.cn

访问主页

标题页



第 1 页 共 30 页

返回


全屏显示


关闭


退出




# Jordan标准型

 多项式理论

 矩阵理论

 线性空间

 线性变换

访问主页

标题页



第 2 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



# 思想方法

 等价分类思想

 直和分解思想

 同构思想

访问主页

标题页



第 3 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



## 内容处理

几何方法: 张禾瑞, 郝炳新 《高等代数(第四版)》(1999)

丘维声 《高等代数》(1996)

第一分解定理: 线性空间分解成为根子空间的直和.

第二分解定理: 根子空间分解成为循环子空间的直和.

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 4 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



代数方法:

北京大学数学系 《高等代数(第二版)》 (1978)

孟道骥 《高等代数与解析几何(第二版)》 (2004)

谢邦杰 《线性代数》 (1978)

谭宜家 《高等代数与解析几何》 (2001)

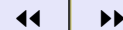
庄瓦金 《高等代数教程》 (2004)

秦松喜 《高等代数新编》 (2005)

$\lambda$ 矩阵-行列式因子-不变因子-初等因子-Jordan标准型

访问主页

标题页



第 5 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



代数和几何的方法:

姚慕生 《高等代数学》 (2003)

王湘浩谢邦杰 《高等代数》 (1964)

陈昭木, 陈清华等 《高等代数》 (1991)

李炯生, 查建国 《线性代数》 (1989)

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 6 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



在复数域 $\mathbb{C}$ 上讨论. 设 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 记 $A$ 的特征多项式为 $f_A(\lambda) := |\lambda I_n - A|$ ,  
 $A$ 的最小多项式为 $m_A(\lambda)$ .

## § 1. $\lambda$ -矩阵

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= \begin{pmatrix} \lambda^2 - 1 & \lambda + 3 \\ 1 & \lambda^3 + 2\lambda \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \lambda^3 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda^2 + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \lambda + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 7 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设  $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则  $A$  与  $B$  相似的充分必要条件是  $\lambda$ -矩阵  $\lambda I - A$  与  $\lambda I - B$  相抵.

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 8 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设 $A(\lambda)$ 是一个 $n$ 阶 $\lambda$ -矩阵, 则 $A(\lambda)$ 相抵于对角阵( $\lambda$ 矩阵的法式)

$$\text{diag}\{d_1(\lambda), d_2(\lambda), \cdots, d_r(\lambda), 0, \cdots, 0\},$$

其中 $d_i(\lambda)$ 为非零的首一多项式, 且 $d_i(\lambda)|d_{i+1}(\lambda)$ ,  $1 \leq i \leq r - 1$ .

推论: 设 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则 $\lambda I - A$ 相抵于

$$\text{diag}\{1, \cdots, 1, d_1(\lambda), d_2(\lambda), \cdots, d_k(\lambda)\},$$

其中 $d_i(\lambda)$ 首一且 $d_i(\lambda)|d_{i+1}(\lambda)$ ,  $1 \leq i \leq k - 1$ . 记 $d_i(\lambda)$ 的次数为 $m_i$ . 因为 $f_A(\lambda) = d_1(\lambda)d_2(\lambda)\cdots d_k(\lambda)$ , 故有 $\sum_{i=1}^k m_i = n$ .

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 9 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



## § 2. 行列式因子, 不变因子, 初等因子

定义: 设 $A(\lambda)$ 是 $n$ 阶 $\lambda$ -矩阵, 对 $1 \leq k \leq n$ , 如果 $A(\lambda)$ 的所有 $k$ 阶子式的最大公因式(首一)不等于零, 则称这个多项式为 $A(\lambda)$ 的 $k$ 阶行列式因子, 记为 $D_k(\lambda)$ .

定义: 设 $D_1(\lambda), D_2(\lambda), \dots, D_r(\lambda)$ 是 $\lambda$ -矩阵 $A(\lambda)$ 的行列式因子, 则 $g_1(\lambda) = D_1(\lambda), g_2(\lambda) = D_2(\lambda)/D_1(\lambda), \dots, g_r(\lambda) = D_r(\lambda)/D_{r-1}(\lambda)$ , 称为 $A(\lambda)$ 的不变因子.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 10 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



设 $d_1(\lambda), d_2(\lambda), \dots, d_k(\lambda)$ 是不变因子,

$$d_1(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{11}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{21}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{t1}}$$

$$d_2(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{12}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{22}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{t2}}$$

...

$$d_k(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{1k}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{2k}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{tk}}$$

其中 $e_{ij}$ 是非负整数,且 $0 \leq e_{i1} \leq e_{i2} \leq \dots \leq e_{ik}, 1 \leq i \leq k$ .

定义: 若上面分解式中的 $e_{ij} > 0$ ,则称 $(\lambda - \lambda_j)^{e_{ij}}$ 为 $A(\lambda)$ 的一个初等因子,  
 $A(\lambda)$ 的全体初等因子称为 $A(\lambda)$ 的初等因子组.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 11 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定义: 设  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则称  $\lambda I_n - A$  的行列式因子(不变因子, 初等因子)为  $A$  的行列式因子(不变因子, 初等因子).

定理: 设  $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则下列条件等价.

- (1)  $A$  与  $B$  相似;
- (2)  $\lambda I - A$  和  $\lambda I - B$  相抵;
- (3)  $A$  与  $B$  有相同的行列式因子;
- (4)  $A$  与  $B$  有相同的不变因子;
- (5)  $A$  与  $B$  有相同的初等因子组.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 12 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



设  $\lambda I - A \cong \text{diag}\{1, \dots, 1, d_1(\lambda), d_2(\lambda), \dots, d_m(\lambda)\}$ . 则

- (1)  $A$ 行列式因子为  $1, \dots, 1, d_1(\lambda), d_1(\lambda)d_2(\lambda), \dots, d_1(\lambda) \cdots d_k(\lambda)$ ;
- (2)  $A$ 不变因子为  $1, \dots, 1, d_1(\lambda), d_2(\lambda), \dots, d_k(\lambda)$ ;
- (3)  $A$ 的特征多项式  $f_A(\lambda)$  为  $d_1(\lambda) \cdots d_k(\lambda)$ , 等于所有初等因子的乘积;
- (4)  $A$ 的最小多项式  $m_A(\lambda)$  为  $d_k(\lambda)$ .

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 13 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



### § 3. Jordan标准型

记 $r$ 阶矩阵 $J_{\lambda_0} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & & \\ & \lambda_0 & \cdots & \\ & & \cdots & 1 \\ & & & \lambda_0 \end{bmatrix}$ . 称为属于特征值 $\lambda_0$ 的Jordan块.

$J_{\lambda_0}$ 的初等因子为 $(\lambda - \lambda_0)^r$ . 因子.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 14 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



引理: 设 $J$ 是分块对角阵

$$\begin{pmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \cdots & \\ & & & J_s \end{pmatrix},$$

其中每个 $J_i$ 都是Jordan块,  $J_i$ 的初等因子组为 $(\lambda - \lambda_i)^{r_i}$ , 则 $J$ 的初等因子组为

$$(\lambda - \lambda_1)^{r_1}, (\lambda - \lambda_2)^{r_2}, \cdots, (\lambda - \lambda_s)^{r_s}.$$

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 15 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  且  $A$  的初等因子组为

$$(\lambda - \lambda_1)^{r_1}, (\lambda - \lambda_2)^{r_2}, \dots, (\lambda - \lambda_s)^{r_s}$$

则  $A$  相似于分块对角阵(Jordan标准型):

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & J_s \end{pmatrix},$$

其中  $J_i$  为属于特征值  $\lambda_i$  的  $r_i$  阶Jordan块.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 16 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



设 $d_1(\lambda), d_2(\lambda), \dots, d_k(\lambda)$ 是不变因子,

$$d_1(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{11}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{21}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{t1}}$$

$$d_2(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{12}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{22}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{t2}}$$

...

$$d_k(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{e_{1k}}(\lambda - \lambda_2)^{e_{2k}} \dots (\lambda - \lambda_t)^{e_{tk}}$$

其中 $e_{ij}$ 是非负整数,且 $0 \leq e_{i1} \leq e_{i2} \leq \dots \leq e_{ik}, 1 \leq i \leq t, \sum_{1 \leq i \leq t, 1 \leq j \leq k} e_{ij} = n$ .

(1) 属于特征值 $\lambda_i$ 的Jordan小块的块数为 $\{e_{ij}\}_{j=1}^k$ 中的非零个数, 其中最大阶数是 $e_{ik}$ ; 总阶数为 $\sum_{j=1}^k e_{ij}$ ;

(2) 矩阵的Jordan标准型在不计Jordan块的排列次序的情况下是唯一确定的.

(3) Jordan小块是”最佳”的.

定理: 设 $\varphi$ 是复数域上线性空间 $V$ 上的线性变换, 则必存在 $V$ 的一组基, 在这组基下 $\varphi$ 的表示矩阵为Jordan阵.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 17 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



## § 4. 若当标准型的进一步讨论

设 $\varphi$ 是 $\mathbb{C}$ 上 $n$ 维线性空间 $V$ 的线性变换, $\varphi$ 的初等因子组为

$$(\lambda - \lambda_1)^{r_1}, (\lambda - \lambda_2)^{r_2}, \dots, (\lambda - \lambda_s)^{r_s},$$

则存在 $V$ 的一组基 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ ,使得

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \begin{pmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_s \end{pmatrix},$$

其中 $J_s$ 是相应于 $(\lambda - \lambda_i)^{r_i}$ 的若当块.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 18 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



令  $V_1 = L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r_1})$ , 则

$$(1) \quad \begin{aligned} \varphi(\xi_1) &= \lambda_1 \xi_1, \\ \varphi(\xi_2) &= \lambda_1 \xi_2 + \xi_1, \\ &\dots, \\ \varphi(\xi_{r_1}) &= \lambda_1 \xi_{r_1} + \xi_{r_1-1}, \end{aligned}$$

故  $\varphi(V_1) \subseteq V_1$ , 即  $V_1$  是  $\varphi$ -子空间. 进一步知  $V_1$  是  $(\varphi - \lambda_1 I)$  的循环子空间. 同理, 令  $V_j = L(\xi_{t_j+1}, \xi_{t_j+2}, \dots, \xi_{t_j+r_j})$ ,  $t_j = r_1 + r_2 + \dots + r_{j-1}$ , 即  $V_j$  对应若当块  $J_j$ , 对应初等因子  $(\lambda - \lambda_j)^{r_j}$ , 则有

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 19 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设 $\varphi$ 是 $\mathbb{C}$ 上 $n$ 维空间 $V$ 的线性变换, 设 $\varphi$ 的初等因子为

$$(\lambda - \lambda_1)^{r_1}, (\lambda - \lambda_2)^{r_2}, \dots, (\lambda - \lambda_s)^{r_s},$$

则 $V = V_1 \oplus V_2 \oplus \dots \oplus V_s$ , 这里 $V_i$ 是维数为 $r_i$ 的关于 $(\varphi - \lambda_i I)$ 的循环子空间.

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 20 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



取 $V_1$ 的基 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r_1}$ ,

$$\varphi|_{V_1}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r_1}) = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r_1}) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & \lambda_1 \end{pmatrix}_{r_1}.$$

引理: (1)  $V_1$ 中包含 $\xi_{r_1}$ 的 $\varphi$ -子空间只有 $V_1$ 本身.

(2)  $V_1$ 的任意 $\varphi$ -子空间均包含 $\xi_1$ .

(3)  $V_1$ 不能分解成为两个非平凡的 $\varphi$ -子空间的直和.

命题: 设 $V = V_1 \oplus V_2 \oplus \dots \oplus V_k$ ,  $V_i$ 是 $(\varphi - \lambda_i I)$ 的循环子空间, 则 $V_i$ 不可分解为两个非平凡的 $\varphi$ -子空间的直和.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 21 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设 $\varphi$ 是 $\mathbb{C}$ 上 $n$ 维线性空间 $V$ 的线性变换, $\varphi$ 的不同特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$ ,则

$$V = R(\lambda_1) \oplus R(\lambda_2) \oplus \dots \oplus R(\lambda_t)$$

其中 $R(\lambda_i)$ 是 $\lambda_i$ 的根子空间,即

$$R(\lambda_i) = \{v \in V | (\varphi - \lambda_i I)^{e_{ik}}(v) = 0\},$$

$\dim R(\lambda_i) = \sum_{j=1}^k e_{ij}$  ( $\lambda_i$ 的代数重数),  $R(\lambda_i)$ 可表为若干个循环子空间的直和.

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 22 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



记 $\lambda_1$ 为 $\varphi$ 的特征根, $V_{\lambda_1} = \{v \in V | \varphi(v) = \lambda_1 v\}$ 是 $\lambda_1$ 的特征子空间,显然有 $V_{\lambda_1} \subseteq R(\lambda_1) = V_1 \oplus \cdots \oplus V_{s_1}$ ,那么 $V_{\lambda_1}$ 在哪里呢?

因为 $V_1$ 是 $\varphi$ -子空间,记 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{r_1}$ 是 $V_1$ 的循环基:

$$\varphi|_{V_1}(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{r_1}) = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{r_1}) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & \lambda_1 \end{pmatrix}_{r_1}$$

易知 $\xi_1 \in V_{\lambda_1}$ ,又因为 $r(\lambda_1 I - J_{\lambda_1}) = r_1 - 1$ ,所以 $V_1$ 中只有一个线性无关的特征向量. 同理, $V_j, 1 \leq j \leq s_1$ ,中只有一个线性无关特征向量.

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 23 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



又因为

$$\lambda_1 I - J = \begin{pmatrix} \lambda_1 I_{r_1} - J_1 & & & \\ & \lambda_1 I_{r_2} - J_2 & & \\ & & \cdots & \\ & & & \lambda_1 I_{r_k} - J_k \end{pmatrix},$$

故  $r(\lambda_1 I - J) = r_1 + r_2 + \cdots + r_k - s_1 = n - s_1$ , 所以  $\dim V_{\lambda_1} = s_1$ .

引理:  $\varphi$  的若干标准形中属于特征值  $\lambda_i$  的若当块的个数等于  $\lambda_i$  的特征子空间的维数 ( $\lambda_i$  的几何重数).

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 24 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



设 $\lambda_1$ 是 $\varphi$ 的特征值.

$$R(\lambda_1) = V_1 \oplus V_2 \oplus \cdots \oplus V_{s_1}, \quad \dim R(\lambda_1) = \sum_{j=1}^k e_{1j}.$$

为方便, 记 $l := e_{ik}$ .

$$R(\lambda_1) = \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^l \neq \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{l-1}.$$

$$\text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^1 \subseteq \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^2 \subseteq \cdots \subseteq \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^l \subseteq \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{l+1} \subseteq \cdots$$

记属于 $\lambda_1$ 的一阶Jordan小块个数为 $c_1$ , 属于 $\lambda_1$ 的二阶Jordan小块的个数为 $c_2, \cdots$ , 属于 $\lambda_1$ 的 $l$ 阶Jordan小块个数为 $c_l$ . 记 $b_1 = \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)$ ,  $b_2 = \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^2, \cdots, b_l = \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^l$ .

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 25 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



则有

$$b_1 = c_1 + c_2 + \cdots + c_l,$$

$$b_2 = c_1 + 2(c_2 + \cdots + c_l),$$

$$b_3 = c_1 + 2c_2 + 3(c_3 + \cdots + c_l),$$

...

$$b_{l-1} = c_1 + 2c_2 + \cdots + (l-2)c_{l-2} + (l-1)(c_{l-1} + c_l),$$

$$b_l = c_1 + 2c_2 + \cdots + (l-1)c_{l-1} + lc_l.$$

得到

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = 2b_1 - b_2 \\ c_2 = 2b_2 - b_1 - b_3 \\ c_3 = 2b_3 - b_2 - b_4 \\ \cdots \\ c_{l-1} = 2b_{l-1} - b_{l-2} - b_l \\ c_l = b_l - b_{l-1} \end{array} \right.$$

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 26 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



定理: 设  $\lambda_1$  是  $\varphi$  的特征值,  $R(\lambda_1) = \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^l \neq \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{l-1}$ , 记属于  $\lambda_1$  的  $j$  阶若当小块的个数为  $c_j, 1 \leq j \leq l$ . 则

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = 2\dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I) - \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^2 \\ c_j = 2\dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^j - \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{j-1} - \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{j+1} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 2 \leq j \leq l-1 \\ c_l = \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^l - \dim \text{Ker}(\varphi - \lambda_1 I)^{l-1} \end{array} \right.$$

$$\text{即} \left\{ \begin{array}{l} c_1 = n + r(A - \lambda_1 I)^2 - 2r(A - \lambda_1 I) \\ c_j = r(A - \lambda_1 I)^{j-1} + r(A - \lambda_1 I)^{j+1} - 2r(A - \lambda_1 I)^j \quad 2 \leq j \leq l \\ c_l = r(A - \lambda_1 I)^{l-1} - r(A - \lambda_1 I)^l \end{array} \right.$$

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 27 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



推论: 设 $\varphi$ 是 $\mathbb{C}$ 上 $n$ 维线性空间 $V$ 的线性变换,  $\varphi$ 的不同特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$ . 则下列条件等价.

$\varphi$ 可对角化;

$\Leftrightarrow \varphi$ 有 $n$ 个线性无关的特征向量;

$\Leftrightarrow \varphi$ 的根子空间等于 $\varphi$ 的特征子空间;

$\Leftrightarrow \lambda_i$ 的代数重数等于几何重数,  $\forall i$ ;

$\Leftrightarrow r(\lambda_i I - \varphi) = r((\lambda_i I - \varphi)^2), \forall i$ ;

$\Leftrightarrow \text{Im}(\lambda_i I - \varphi) = \text{Im}(\lambda_i I - \varphi)^2, \forall i$ ;

$\Leftrightarrow \text{Ker}(\lambda_i I - \varphi) = \text{Ker}(\lambda_i I - \varphi)^2, \forall i$ ;

$\Leftrightarrow \varphi$ 的Jordan块都是一阶的;

$\Leftrightarrow \varphi$ 的初等因子全是一次的;

$\Leftrightarrow \varphi$ 的所有不变因子无重根;

$\Leftrightarrow m_\varphi(\lambda)$ 无重根;

$\Leftrightarrow (m_\varphi(\lambda), m'_\varphi(\lambda)) = 1$ .

访问主页

标题页

◀ ▶

◀ ▶

第 28 页 共 30 页

返回

全屏显示

关闭

退出



# Jordan标准型另外推导方法

主理想整环上模论方法：龚升《线性代数五讲》(2005)

[访问主页](#)

[标题页](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

第 29 页 共 30 页

[返回](#)

[全屏显示](#)

[关闭](#)

[退出](#)



谢 谢!

访问主页

标题页



第 30 页 共 30 页

返 回

全 屏 显 示

关 闭

退 出